

## 円偏光非線形 Alfvén 波減衰不安定

2006.2.13

## 1 はじめに

このモデルパッケージは大振幅 Alfvén 波減衰不安定をシミュレーションするためのものである。Alfvén 波は、太陽コロナや太陽風、星間分子雲などで、重要な役割を果たしていると考えられている。音波が縦波であるのに対し、Alfvén 波は横波である。その中でも円偏光の Alfvén 波は、MHD 方程式の厳密解であり、有限振幅でも解となっている。しかしこの波は、波の相互作用に対して不安定であり、音波にエネルギーを移し減衰する (Decay Instability)。

## 2 仮定と基礎方程式

斜め方向に、大振幅円偏光の磁気流体波が伝わっている状態を考える。仮定は以下の通りである。(1) 2次元の等温 MHD 方程式系を解く。ただし、速度場・磁場はベクトル 3 成分すべて考慮する。(2) 非粘性・圧縮性流体として扱う。

基礎方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_z) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x V_z - \frac{B_x B_z}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_y V_z - \frac{B_y B_z}{4\pi} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(cE_z) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(cE_z) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_z) + \frac{\partial}{\partial x}(cE_y) - \frac{\partial}{\partial y}(cE_x) = 0 \quad (7)$$

$$cE_x = -V_y B_z + V_z B_y, \quad cE_y = -V_z B_x + V_x B_z, \quad cE_z = -V_x B_y + V_y B_x \quad (8)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (9)$$

である。ただし  $T$  は定数。

### 3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる（表 1 参照）。変数は、長さ、速度、密度をそれぞれ親 Alfvén 波の波長  $\lambda_A$ 、音速  $C_S$ 、一様密度  $\rho_0$  で無次元化する。このとき、時間は、 $\tau_0 \equiv \lambda_A/C_S$  で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
$x, y$	$\lambda_A$
$V_x, V_y, V_z$	$C_{S0}$
$t$	$\lambda_A/C_{S0}$
$\rho$	$\rho_0$
$B_x, B_y, B_z$	$\sqrt{\rho_0 C_{S0}^2}$

表 1: 変数と規格化単位

### 4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

初期条件に関して、大振幅の円偏光の Alfvén 波についてまず解説する。一様密度  $\rho_0$ 、一様磁場

$$B_0 = C_{A0} \sqrt{4\pi\rho_0}$$

( $x$  軸に対する角度  $\theta_i$ ) 中を伝播するとする。この波は以下の式で表される。

$$V_s = 0, \quad V_n = aC_{A0} \sin \phi_A, \quad V_t = aC_{A0} \cos \phi_A$$

$$B_s = B_0, \quad B_n = -aB_0 \sin \phi_A, \quad B_t = -aB_0 \cos \phi_A$$

$$\phi_A = 2\pi(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)/\lambda_A$$

として、

$$V_x = V_s \cos \theta_i - V_n \sin \theta_i, \quad V_y = V_s \sin \theta_i + V_n \cos \theta_i, \quad V_z = V_t$$

$$B_x = B_s \cos \theta_i - B_n \sin \theta_i, \quad B_y = B_s \sin \theta_i + B_n \cos \theta_i, \quad B_z = B_t$$

と書かれる。これに擾乱を加える。擾乱は速度場だけに加え、

$$\Delta V_x = A \sin \phi_p \cos \theta_i, \quad \Delta V_y = A \sin \phi_p \sin \theta_i, \quad \Delta V_z = 0$$

$$\phi_p = k_p(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)$$

と表される。

計算の境界条件は周期境界とする。サブルーチン `bnd` で設定する。計算領域の大きさは  $0 < x < X_{\max}$ 、 $0 < y < Y_{\max}$  とする。 $X_{\max} = 1/\cos \theta_i$ 、 $Y_{\max} = 1/\sin \theta_i$  とするとそれぞれの方向に 1 波長ずつおさまる。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
Alfven 速度 $C_{A0}$	$\sqrt{10}$	ca0	model
親 Alfvén 波の振幅 $a$	$\sqrt{0.9}$	ampaw	model
初期磁場の角度	60 度	thini	model
擾乱の振幅 $A$	$10^{-6}$	amp	pertub
擾乱の波数 $k_p$	$2 * 2\pi$	rk	pertub

表 2: おもなパラメータ

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 $x$ 方向	136	ix	main
グリッド数 $y$ 方向	136	jx	main
マージン	4	margin	main
終了時刻	3.0	tend	main
出力時間間隔	0.01	dtout	main
CFL 数	0.4	safety	main
進行時刻下限値	$10^{-10}$	dtmin	main

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの  $\Delta t$  の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。

## 5 参考文献

- Derby, N. F., Jr., 1978, ApJ, 224, 1013  
Goldstein, M. L. 1978, ApJ, 219, 700