

# 等温 MHD ガスの自己重力収縮

2006. 1. 12.

## 1 はじめに

このモデルパッケージは、2次元平面内での等温 MHD ガスの自己重力収縮問題を解くためのものである。

## 2 仮定と基礎方程式

流体は非粘性・等温ガスとする。計算領域は2次元デカルト座標 ( $xy$  平面) で  $\partial/\partial z = 0$ 、 $V_z = 0$ 、 $B_z = 0$  と仮定する。解くのは、密度  $\rho$ 、速度  $V_x$ 、 $V_y$ 、磁場  $B_x$ 、 $B_y$  についての2次元等温 MHD 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) = -\rho \frac{\partial \phi_g}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho V_x V_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho V_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi} \right) = -\rho \frac{\partial \phi_g}{\partial y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_x) + \frac{\partial}{\partial y}(E_z) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(B_y) - \frac{\partial}{\partial x}(E_z) = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 \phi_g = 4\pi G \rho \quad (6)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (7)$$

$$E_z = -V_x B_y + V_y B_x \quad (8)$$

である。ここで、 $T$  はガスの温度で定数。

## 3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる (表 1 参照)。長さ、速度、時間の単位はそれぞれ  $L_0$ 、 $C_{S0}$ 、 $L_0/C_{S0}$ 。ここで、 $L_0$  は Jeans 長、 $C_{S0}$  はガスの音速。密度は  $\rho_0$  で無次元化する。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
$x, y$	$L_0$
$V_x, V_y$	$C_{S0}$
$t$	$L_0/C_{S0}$
$\rho$	$\rho_0$

表 1: 変数と規格化単位

## 4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < \lambda$ ,  $0 < y < \lambda$  の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$\rho = \rho_0 [1 + a * \sin(2\pi x/\lambda) \sin 2\pi y/\lambda]$$

$$V_x = V_y = 0$$

$$B_x = 0$$

$$B_y = \sqrt{4\pi\rho_0\alpha_0}$$

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
初期プラズマベータの逆数 $\alpha_0$	0.1	<code>betai</code>	<code>model</code>
擾乱の波長 $\lambda$	10	<code>rlambda</code>	<code>model</code>
擾乱の振幅 $a$	0.1	<code>amp</code>	<code>model</code>

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて周期境界条件。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数	$2^7 + 3$	<code>ix, jx</code>	<code>main</code>
マージン	4	<code>margin</code>	<code>main</code>
終了時刻	4	<code>tend</code>	<code>main</code>
出力時間間隔	0.5	<code>dtout</code>	<code>main</code>
CFL 数	0.4	<code>safety</code>	<code>main</code>
進行時刻下限値	$10^{-10}$	<code>dtmin</code>	<code>main</code>

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。進行時刻下限値とは、各計算ステップの  $\Delta t$  の値がこの値を下回ったときに計算を強制終了するための臨界値。