

球対称熱伝導

2006. 1. 12.

1 はじめに

このモデルパッケージは、2次元平面内での球対称熱伝導問題を解くためのものである。

2 仮定と基礎方程式

計算領域は2次元円柱座標 (rz 平面) で $\partial/\partial\phi = 0$ と仮定する。解くのは、2次元熱伝導方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (2)$$

である。ここで、 γ は比熱比。 κ は熱伝導係数、熱伝導係数は、Spitzer モデルを採用し

$$\kappa = \kappa_0 T^{\frac{5}{2}} \quad (3)$$

κ_0 は定数でパラメータ。 ρ は解かないで時間・空間的に一定値。なお計算コード上では r は x 座標で、 z は z 座標で表現されている。

3 無次元化

計算コードの中では、変数は以下のように無次元化して扱われる (表 1 参照)。長さ、時間の単位はそれぞれ L_0 、 L_0/C_{S0} 。ここで、 L_0 は計算領域の大きさ、 $C_{S0}^2 = \gamma(k_B/m)T_0$ で T_0 は初期温度パルスのピーク値。以下、無次元化した変数を使う。

変数	規格化単位
r, z	L_0
t	L_0/C_{S0}
T	T_0
p	$\rho_0 C_{S0}^2$

表 1: 変数と規格化単位

4 パラメータ・初期条件・計算条件・境界条件

$0 < x < 1$ 、 $0 < z < 1$ の領域を解く。初期状態は以下のようなもの。サブルーチン `model` で設定する。

$$p = 1/\gamma \exp[-(s/w)^2]$$

ただし、

$$s = \sqrt{r^2 + z^2}$$

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
比熱比 γ	5/3	gm	model
熱伝導の強さ κ_0	1	rkap0	model
初期温度パルスの幅 w	0.3	wexp	model

表 2: おもなパラメータ

境界条件は、すべて対称境界条件。サブルーチン `bnd` で設定する。

計算パラメータは以下の通り（表 3 参照）。

パラメータ	値	コード中での変数名	設定サブルーチン名
グリッド数 r 方向	58	ix	main
グリッド数 z 方向	58	jx	main
マージン	4	margin	main
終了時刻	1	tend	main
出力時間間隔	0.1	dtout	main
時間ステップ間隔	10^{-4}	dt	main

表 3: おもな数値計算パラメータ。マージンとは、境界の値を格納するための配列の「そで」部分の幅のこと。